

集中講義 「非線形現象解析」

担当教員：鈴木 貴 先生

(数理・データ科学教育研究センター・特任教授)

実施方法：メディア授業

講義日程：2022年1月24日(月) 4限～6限

1月25日(火) 4限～6限

1月26日(水) 4限～6限

1月27日(木) 4限～6限

1月28日(金) 4限～6限

非線形性に由来する界面や爆発集合の性質を解明することは自然科学や工学において重要である一方、異なる問題に共通の数学的構造が隠されていることも広く認められている。本講義は大域解析学の言葉で統一的に記述される数理的な現象のうちで、領域変分、界面消滅、爆発機構の量子化について、Poisson 方程式、Maxwell 方程式、正規化 Ricci flow、Boltzmann-Poisson 方程式、Smoluchowski-Poisson 方程式、反応拡散方程式の場合について取り上げて解説する。

参考書 Semilinear Elliptic Equations - Modern and Classical Theories, De Gruyter, Berlin, 2020

1. Transformation theory
 - 1.1. Hadamard's variational formulae, Liouville's formulae on volumes and areas
 - 1.2. Languages of modern geometry; differential forms and area elements
 - 1.3. Differentiability of eigenvalues: new theory
2. Elliptic Theory
 - 2.1. Interface Vanishing of Non-stationary Maxwell Equation; introduction, theory of harmonic integration, Lipschitz domains
 - 2.2. Recursive Hierarchy in Boltzmann-Poisson Equation; point vortices, Boltzmann-Poisson equation, asymptotic non-degeneracy
 - 2.3. Local Behavior of the Solution Derives Recursive Hierarchy; multi-intensity model, deterministic intensities, Neri type in the limit
3. Smoluchowski-Poisson Equation
 - 3.1. Symmetry of Action-Reaction v.s. Duality of Field-Particles; action reaction law, kinetic Newtonian point vortices, methods of mathematical modelling
 - 3.2. Potentials of Self-Organization; multi-scale model, thermo-dynamical structure, blowup of the solution
 - 3.3. Hamiltonian Control in Three Phases of Time Evolution; the model - statistical mechanics, blowup in finite time, blowup in infinite time
4. Diffusion Geometry
 - 4.1. Analytic Approach to the 2D-NR; normalized Ricci flow, normalized Ricci flow like equation, logarithmic diffusion
 - 4.2. Existence of Pre-Compact Global in Time Orbit; thermo-dynamical structure, Moser's iteration scheme, Benilan's inequality, concentration compactness
 - 4.3. Convergence of the Normalized Ricci Flow; summary, gradient inequality, application to the NRF
5. Reaction Diffusion Systems
 - 5.1. Anti-Symmetric Interaction Cancels Singularities; reaction diffusion systems, weak solutions, 2D case - time control
 - 5.2. Beyond the Critical Dimension; reaction diffusion systems (continued), polynomial growth rate, blowup analysis
 - 5.3. Mathematics of Blowup Patterns; semilinear parabolic equation, blowup pattern, approach from functional analysis

※詳細については決まり次第、追ってお知らせします。

基礎工学研究科 数理科学領域